

Theoretische Informatik 1

Übungsblatt 2

Thomas Haas
Prof. Dr. Roland Meyer

TU Braunschweig
Wintersemester 2019/120

Ausgabe: 12.11.2019

Abgabe: 21.11.2019, 14:00

Geben Sie Ihre Lösungen bis Donnerstag, 21.11.2019, 14:00 Uhr, durch Einwerfen in die Übungskästen neben Büro IZ 343 ab. Geben Sie in Gruppen von **4 Personen** ab.

Aufgabe 1: Verbände [10 Punkte]

a) [4 Punkte] Es seien (D_1, \preceq_1) und (D_2, \preceq_2) vollständige Verbände. Der **Produktverband** ist als $(D_1 \times D_2, \preceq)$ definiert. Hierbei ist \preceq die **Produktordnung** auf Tupeln mit $(d_1, d_2) \preceq (d'_1, d'_2)$ gdw. $d_1 \preceq_1 d'_1$ und $d_2 \preceq_2 d'_2$.

Zeigen Sie, dass er seinem Namen entsprechend tatsächlich ein vollständiger Verband ist.

b) [4 Punkte] Beweisen Sie: Der Produktverband $(D_1 \times D_2, \preceq)$ erfüllt genau dann die ACC, wenn sowohl (D_1, \preceq_1) als auch (D_2, \preceq_2) die ACC erfüllen.

c) [2 Punkte] Geben Sie jeweils ein Hasse-Diagramme für einen Verband an, der

- unendlich ist, aber beschränkter Höhe hat.
- endliche Höhe, aber keine beschränkte Höhe hat.

Aufgabe 2: Distributivität [4 Punkte]

Seien (D, \leq) ein Verband und $x, y \in D$.

a) [2 Punkte] Zeigen Sie: Ist $f : D \rightarrow D$ monoton, so gilt $f(x \sqcup y) \geq f(x) \sqcup f(y)$.

b) [2 Punkte] $f : D \rightarrow D$ heißt **distributiv**, falls $f(x \sqcup y) = f(x) \sqcup f(y)$ für alle $x, y \in D$.
Zeigen Sie: Falls f distributiv ist, so ist f auch monoton.

Aufgabe 3: Reaching Definitions-Analyse [10 Punkte]

Führen Sie für das folgende Programm eine Reaching-Definitions-Analyse durch.

```
[x := 5]1
while [x < 7]2 do
  [y := y - 1]3
  if [y = 7]4 then
    [y := y + 3]5
  else
    [x := x - 1]6
  end if
end while
[skip]7
```

- a) [2 Punkte] Zeichnen Sie den Kontrollflussgraphen G .
- b) [3 Punkte] Betrachten Sie den Verband $\mathcal{D} = (\mathcal{P}(\{x, y\} \times (\{1, \dots, 6\} \cup \{?\})), \subseteq)$. Geben Sie für die Blöcke 1 – 6 geeignete monotone Transferfunktionen über diesem Verband an.
- c) [5 Punkte] Betrachten Sie das Datenflusssystem $(G, (D, \leq), \{(x, ?), (y, ?)\}, TF)$, wobei TF die Transferfunktionen aus Teil b) sind. Geben Sie das induzierte Gleichungssystem an und bestimmen Sie seine kleinste Lösung mit dem Satz von Kleene.

Aufgabe 4: Datenflussanalysen [10 Punkte]

Betrachten Sie das folgende Program.

```

[x := 3]1
[x := x + 7]2
while [x < 25]3 do
  | [x := x + 4]4
end while
[skip]5

```

- a) [2 Punkte] Zeichnen Sie den Kontrollflussgraphen G .
- b) [4 Punkte] Betrachten Sie den Verband $\mathcal{D} = (\mathbb{N} \cup \{\perp, T\}, \leq)$ mit $\perp \leq n \leq T \forall n \in \mathbb{N}$ aus Aufgabe 4a) des ersten Übungsblatts.

Wir interpretieren die Verbandselemente wie folgt als Datenflusswerte:

\perp : Variable x ist am Eingang des Blocks nicht initialisiert.

$n \in \mathbb{N}$: Variable x ist am Eingang des Blocks konstant Wert n (ist also garantiert n).

T : Variable x ist am Eingang des Blocks nicht konstant.

Führen Sie nun mit diesem Verband eine Vorwärts-Datenflussanalyse durch:

- Stellen Sie das Datenflusssystem $(G, \mathcal{D}, \perp, TF)$ auf. Geben Sie hierzu zu jedem der Blöcke 1 – 5 eine monotone Transferfunktion an.
 - Stellen Sie das induzierte Gleichungssystem auf.
 - Bestimmen Sie seine kleinste Lösung.
- c) [4 Punkte] Betrachten Sie den Verband $\mathcal{D}' = (\mathcal{P}(e, o), \subseteq)$.

Wir interpretieren die Verbandselemente wie folgt als Datenflusswerte:

\emptyset : Variable x ist am Eingang des Blocks nicht initialisiert.

$\{e\}$: Variable x ist am Eingang des Blocks garantiert gerade (*even*).

$\{o\}$: Variable x ist am Eingang des Blocks garantiert ungerade (*odd*).

$\{e, o\}$: Es ist nicht klar, ob Variable x gerade oder ungerade ist.

Führen Sie nun mit diesem Verband eine Vorwärts-Datenflussanalyse durch:

- Stellen Sie das Datenflusssystem $(G, \mathcal{D}', \emptyset, TF)$ auf. Geben Sie hierzu zu jedem der Blöcke 1 – 5 eine monotone Transferfunktion an.
- Stellen Sie das induzierte Gleichungssystem auf.
- Bestimmen Sie seine kleinste Lösung.

Anmerkung: Es handelt sich bei diesen Analysen (anders als bei den Analysen auf den Folien) nicht um kill-gen-Frameworks.