

Übungen zur Vorlesung  
Theoretische Informatik I  
Blatt 2

Prof. Dr. Roland Meyer  
M.Sc. Sebastian Muskalla  
M.Sc. Peter Chini

Abgabe bis 14.11.2016 um 12 Uhr

**Aufgabe 2.1** (Erweiterung von Ardens Lemma)

Seien  $U, V \subseteq \Sigma^*$  zwei Sprachen mit  $\varepsilon \in U$ . Zeigen Sie, dass alle Lösungen  $L \subseteq \Sigma^*$  der Gleichung  $L = UL \cup V$  genau den Elementen der Menge  $\mathcal{L} = \{U^*V' \mid V \subseteq V' \subseteq \Sigma^*\}$  entsprechen.

Gehen Sie wie folgt vor:

- a) Zeigen Sie, dass jede Sprache  $L \in \mathcal{L}$  die Gleichung  $L = UL \cup V$  erfüllt.
- b) Zeigen Sie, dass jede Lösung  $L$  der Gleichung  $L = UL \cup V$  in  $\mathcal{L}$  liegt.

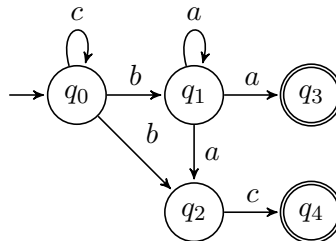
*Hinweis zu Teil b): Sie müssen zeigen, dass jede Lösung  $L$  der Gleichung  $L = UL \cup V$  die Form  $U^*V'$  mit  $V \subseteq V' \subseteq \Sigma^*$  hat. Definieren Sie  $V' = L \cup V$  und  $U' = U \setminus \{\varepsilon\}$ . Formen Sie die Gleichung  $L = UL \cup V$  so um, dass Sie Ardens Lemma anwenden dürfen. Argumentieren Sie dann, warum  $(U')^* = U^*$ .*

**Aufgabe 2.2** (Schnitt von regulären Sprachen)

Es seien  $A = (Q^A, q_0^A, \rightarrow_A, Q_F^A)$  und  $B = (Q^B, q_0^B, \rightarrow_B, Q_F^B)$  zwei NFAs. Konstruieren Sie einen NFA  $A \times B$  mit der Eigenschaft:  $L(A \times B) = L(A) \cap L(B)$ . Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Konstruktion.

**Aufgabe 2.3** (Potenzmengenkonstruktion)

Gegeben sei der folgende NFA  $A$ :



Konstruieren Sie einen DFA  $A'$  mit  $L(A') = L(A)$ .

*Hinweis: Sie müssen nicht alle Zustände des DFA  $A'$  angeben. Es genügt, wenn die vom Startzustand erreichbaren Zustände sichtbar sind.*

**Aufgabe 2.4** (Homomorphismen)

Es seien  $h : \Sigma^* \rightarrow \Gamma^*$  ein Homomorphismus und  $A$  ein NFA über  $\Sigma$ . Beweisen Sie die folgende Gleichheit:  $h(L(A)) = L(h(A))$ .

**Abgabe bis 14.11.2016 um 12 Uhr im Kasten neben Raum 343.**