

Große Übung zur Vorlesung
Einführung in die Logik
Präsenzaufgabenblatt 3

Jens Gutsfeld,
Sören van der Wall

Präsentation am Mi, 15. Mai 2024

Präsenzaufgabe 3.1 (Tableau)

Zeigen Sie Lemma 3.2 aus der Vorlesung: Sei $A \in F$ eine Formel und $\tau \in T_A$ ein Tableau für A . Dann gilt für alle Bewertungen φ :

$$\varphi \text{ erfüllt } A \iff \exists \text{ Ast } \Theta \text{ in } \tau \text{ mit } \varphi \text{ erfüllt } \Theta.$$

Präsenzaufgabe 3.2 (Königs Lemma)

Die Rätselzwerge haben sich ein Ritualrätsel ausgedacht:

Es besteht aus einem riesigen Steinbecken, in dem mit natürlichen Zahlen beschriftete Steine liegen. Sobald ein Zwerg gut genug im Rätseln ist, gilt er als rätseltüchtig und muss einen Stein aus dem Becken nehmen und darf beliebig viele neue Steine hinzufügen - jedoch muss jeder hinzugefügte Stein eine kleinere Zahl haben als der entnommene Stein. Entfernt er also einen Stein mit einer 0, so kann er keinen Stein hinzufügen. Zu Beginn des Ritualrätsels muss der Ritualrätselzwerg einen einzigen Stein in das Becken legen, um das Ritualrätsel zu starten.

Können die Rätselzwerge für immer und ewig das Ritualrätsel verwenden um Zwerge zu rätseltüchtigen Zwerge erklären? Oder gibt es irgendwann einen Zwerg, der keinen Stein mehr entfernen kann - selbst wenn alle Zwerge perfekt agieren?

Präsenzaufgabe 3.3 (Konjunktive Normalformen)

Zeigen Sie Lemma 3.16: Zu jeder Formel $A \in F$ existiert eine KNF B mit $A \models B$ und $|B| \in O(2^{|A|})$.

Präsenzaufgabe 3.4 (Davis-Putnam-Verfahren)

Prüfen Sie mithilfe des Davis-Putnam-Verfahrens, ob folgende Formel erfüllbar ist:

$$(p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg r \vee s) \wedge (q \vee s \vee \neg t) \wedge t \wedge (\neg p \vee \neg t \vee q \vee \neg r) \\ \wedge (\neg p \vee r \vee \neg t) \wedge (\neg t \vee p \vee r \vee \neg s) \wedge (t \vee s \vee p)$$