

Übungen zur Vorlesung
Einführung in die Logik
Blatt Große Übung 7

Prof. Dr. Roland Meyer,
Sören van der Wall

Abgabe bis Do, 16. Juli 2020 um 23:59

Aufgabe 7.1 (Quantoren und \wedge, \vee — **17 Pkt**)

Zeigen Sie Lemma 4.16 aus der Vorlesung.

Zeigen Sie außerdem, dass $\forall x.A \vee \forall x.B \models \forall x.(A \vee B)$ nicht gilt.

Aufgabe 7.2 (Substitutionen — **4 + 4 + 4 + 4 = 16Pkt**)

Berechnen Sie die resultierenden Formeln für folgende Substitutionen. Die Signatur enthalte die Prädiksymbole $<_{/2}$ und Funktionssymbole $f_{/1}, g_{/2}, c_{/0}$

- a) $[x = f(y) \vee x < f(y)]\{y/g(x, x)\}$
- b) $[x = y \vee \exists z.f(x) = z \vee f(y) = z]\{x/g(x, y)\}$
- c) $[x = y \vee \exists x.f(x) = y]\{x/f(x)\}$
- d) $[\forall x.x < y \wedge \forall y.y < x]\{x/c, y/c\}$

Aufgabe 7.3 (Substitutionslemma — **17 Pkt**)

Beweisen Sie das Substitutionslemma aus der Vorlesung: Sei $A \in \text{FO}(S)$ eine Formel, \mathcal{M} eine S -Struktur, σ eine Belegung, $x \in V$ eine Variable und $t \in \text{Term}(S)$ ein Term. Dann gilt:

$$\mathcal{M}[A\{x/t\}](\sigma) = M[A](\sigma\{x/M[t](\sigma)\}) .$$