



## Algebraische Automatentheorie

Blatt 4, 2018-11-15

**Definition.** Ist  $\mathcal{B}$  eine 2-Kategorie, so bezeichnet  $\mathcal{B}\text{-map}$  die 2-Kategorie mit denselben Objekten wie  $\mathcal{B}$ , den linksadjungierten 1-Zellen aus  $\mathcal{B}$  (“maps” genannt), und denselben 2-Zellen zwischen diesen 1-Zellen wie in  $\mathcal{B}$ .

Insbesondere gilt  $\mathit{set} = \mathit{rel}\text{-map}$ , mit trivialen 2-Zellen.

Im Folgenden geht es darum (relativ) bekannte 2-Kategorien als Ergebnisse der map-Konstruktion zu identifizieren.

### Aufgabe 1 [12 PUNKTE]

Identifizieren Sie die linksadjungierten 1-Zellen in der 2-Kategorie  $\mathit{spn}$  der Mengen, Spannen und Spannenmorphismen. Wie können Sie also  $\mathit{spn}\text{-map}$  charakterisieren?

### Aufgabe 2 [12 PUNKTE]

Identifizieren Sie die linksadjungierten 1-Zellen in der 2-Kategorie  $\mathit{pos}$  der halbgeordneten Mengen (kurz “Posets”; der Einfachheit halber verlangen wir Antisymmetrie) und der ordnungserhaltenden Abbildungen; diese sollen punktweise geordnet sein.

### Aufgabe 3 [12 PUNKTE]

Identifizieren Sie die linksadjungierten 1-Zellen in der folgenden 2-Kategorie  $\mathit{idl}$ :

- Objekte sind Posets  $\langle P, \leq \rangle$ ;
- Morphismen von  $\langle P, \leq \rangle$  nach  $\langle Q, \sqsubseteq \rangle$  sind die *Ordnungs-Ideale*, d.h., Relationen  $P \xrightarrow{S} Q$  mit  $\leq ; R \subseteq R \supseteq R; \sqsubseteq$ ;
- 2-Zellen sind die Mengeninklusionen.